Prof. Dr. Alfred Toth

Die vollständige Bestimmung eines Dinges

1. Einer der ersten Sätze aus Dedekinds Buch "Was sind und was sollen die Zahlen?", einem der Klassiker der Mathematik, lautet: "Ein Ding ist vollständig bestimmt durch alles, was von ihm ausgesagt oder gedacht werden kann". Dieser Satz dient natürlich dazu, die Identität, welche für eine logische Begründung der Mathematik nötig ist, zu definieren. Entsprechend lautet der folgende Satz: "Ein Ding a ist dasselbe wie b (identisch mit b), und b dasselbe wie a, wenn alles, was von a gedacht werden kann, auch von b, und wenn alles, was von b gilt, auch von a gedacht werden kann". Der wiederum nächst-folgende Satz aber ist interessanter: "Daß a und b nur Zeichen oder Namen für ein und dasselbe Ding sind, wird durch das Zeichen a = b und ebenso durch b = a angedeutet" (Dedekind 1911/1969, S. 1).

2. Zunächst ist es ausgeschlossen, ein Ding durch die Totalität seiner Eigenschaften zu bestimmen. Dennoch weicht Dedekind von Leibnizens Definition insofern ab, als er auch das als Eigenschaft eines Dinges anerkennt, was bloß von ihm gedacht und also nicht nur von ihm durch Beobachtung ausgesagt werden kann. Das dürfte nicht weniger als die Menge aller Aussagen sein, welche über irgendein Ding, d.h. Objekt dieser Welt möglich ist. Ein Satz wie "Ich habe gesehen, daß der Mond quadratisch ist" ist falsch, hingegen kann ein Satz wie "Ich habe geträumt, daß der Mond quadratisch ist", in einer 2-wertigen Logik wahrheitswertig nicht unbestimmt sein und muß daher wahr sein. Da man also über irgend ein Objekt alles nur Mögliche denken kann, kann die Menge aller Eigenschaften auf jedes Objekt abgebildet werden. Die Definition der Identität von zwei Objekten durch ihre Eigenschaften wird dadurch sinnlos.

3. Ein noch schwerer wiegendes Problem stellt sich jedoch ein, wenn Eigenschaften von Objekten zunächst sowohl in Funktionsabhängigkeit von den Objekten selbst als auch von den Subjekten, die etwas von ihnen denken, hernach aber als Gleichheit von Zeichen (die überdies mit Identität gleichsetzt wird) definiert wird. Seien A und B Objekte und a und b die Zeichen, die diese Objekte bezeichnen. Die Gleichung

$A = B$

bedeutet also, daß die beiden Objekte gleich sind, d.h. es wird, im Sinne Dedekinds, behauptet, daß ein identisches Objekt verdoppelt erscheint. Das ist natürlich barer Unsinn und war als solcher bereits zu Dedekinds Zeiten, also noch bevor man wußte, daß sogar Zwillinge, obwohl sie Individuen sind, die gleiche DNS haben, bekannt, d.h. daß nicht einmal die Abbildung zweier Zwillingssubjekte auf deren DNA bijektiv ist, da eine linksmehrdeutige Relation vorliegt.

Dagegen bedeutet die Gleichung

$a = b$

nichts anderes, wie Wittgenstein sehr richtig festgestellt hatte, daß man an der Stelle von a auch b und folglich an der Stelle von b auch a einsetzen kann, d.h. das Gleichheitszeichen drückt in $a = b$ etwas völlig Verschiedenes aus als es in $A = B$ tut, nämlich entweder wiederum einen Unsinn, denn wie jedes Kind sieht, ist "a" ein anderes Zeichen als "b", und wenn ich z.B. in dem Zeichen "Abend" a und b vertausche, erhalte ich das Nicht-Wort "Baend". Oder aber, die Gleichung $a = b$ bedeutet, daß die beiden Zeichen a und b das gleiche Referenzobjekt haben. So hat etwa das dt. Wort "Abend" das gleiche Referenzobjekt wie das franz. Wort "soir". In diesem Falle verstößt aber die Zeichen-Gleichung gegen die alleinige Absicht Dedekinds, den mathematischen Zahlbegriff mittels des Zeichenbegriffs einzuführen, denn in dieser zweiten möglichen Definition besitzen die Zeichen a und b Referenzobjekte und damit Qualitäten, und genau das dürfen sie ja in einer als System reiner Quantitäten definierten Mathematik nicht haben. Damit fallen beide möglichen Interpretationen der Zeichendefinition $a = b$, ebenfalls wie die einzig mögliche Interpretation der Objektdefinition $A = B$, dahin.

4. Selbst dann, wenn man für eine Zahl Qualitäten im Sinne von Relationen von Zeichengestalten zu Referenzobjekten, d.h. die zweite Interpretation der Gleichung $a = b$, zuließe, käme man über kurz oder lang wiederum in Konflikt mit der Identitätsdefinition, d.h. mit der Objektgleichung $A = B$, denn es gibt bekanntlich keine reinen – und damit logisch gesehen überhaupt keine –

Synonyme. So bedeuten "schlagen" und "prügeln" eben nur beinahe dasselbe (Er hat mich geschlagen./Er hat mich verprügelt), sie können aber, und dies ist wesentlich, nicht-austauschbar sein, d.h. es gibt Fälle, wo a ≠ b gilt (Es hat 12 Uhr geschlagen./*Es hat 12 Uhr geprügelt.). In der Semiotik sind zwei Zeichen gleich gdw. sie das gleiche semiotische Dualsystem zum Repräsentationsschema haben. Da hier die Mehrdeutigkeit der Abbildung von Repräsentationsschemata auf Zeichen definitorisch vorgegeben ist (Bense 1983, S. 45 spricht von der "Polyaffinität" bezeichneter Objekte und der "Polyrepräsentativität" der sie bezeichnenden Zeichen), tritt also bei Zeichen zurecht die Gleichheit an die Stelle der Identität, auf der weder Objekte noch Zeichen definiert werden können. Die Repräsentationsschemata selbst werden durch ein System von semiotischen Invarianten bestimmt (vgl. Bense 1975, S. 35 ff.), dazu gehört vor allem die dreifache Unterscheidung, daß ein Zeichen einen Mittel-, Objekt- und Interpretantenbezug hat. Das bedeutet erstens, daß im Falle Dedekinds "a" und "b" ungleich sind, da sie verschiedene Formen haben. Es bedeutet zweitens, daß Zeichen Objektbezüge haben, das sind die Relationen zwischen den Zeichen und den von ihnen bezeichneten Objekten, und es bedeutet drittens, daß Zeichen Interpretantenbezüge haben, d.h. daß der Kontext z.B. zur Desambiguierung auf die Bezeichnungsfunktion abgebildet wird (vgl. unser Beispiel von "schlagen" vs. "prügeln"). Was die Objekte betrifft, so wurde bereits in Toth (2013) ein Katalog von Objektinvarianten eingeführt. Danach sind zwei Objekte gleich (und also wiederum nicht identisch), wenn sie die gleichen Objektinvarianten erfüllen. Sowohl Zeichen als auch Objekte sind also immer nur gleich in Funktion einer, mehrerer oder aller Invarianten, die für sie definiert sind. So sind z.B. ein an eine Wand gestellter Tisch und eine auf einen Tisch gestellte Blumenvase gleich relativ zur Objektinvariante der adessiven Lagerelation, oder ein in einen Erker gestelltes Sofa und ein in einem Erdbau lebendes Kaninchen sind gleich relativ zur Objektinvariante der exessiven Lagerelation. Was sowohl Leibniz als auch Dedekind und ihre Nachfahren vergessen haben, ist, daß selbst im irrealen Falle, daß es möglich wäre, alle Eigenschaften eines Objektes vollständig zu bestimmen, zwei Objekte immer noch nicht identisch wären, weil Objekte nämlich ortsfunktional sind, d.h. daß sich am gleichen Ort zur gleichen Zeit immer nur ein einziges Objekt befinden kann, und da die Vorstellung eines weder räumlich noch zeitlich lokalisierten Objektes ein Unsinn ist, ist die Ortsfunktionalität von Objekten eine logische conditio sine qua non. Daraus folgt allerdings, daß es für Objekte Identität nur in der Form von Selbstidentität gibt. Mit dieser läßt sich allerdings die Identität, welche zur Definition von Zahlen benötigt wird, nicht bestimmen, denn einer der Gründe der Einführung von Zeichen liegt in der Befreiiung sowohl von der Orts- als auch von der Zeitgebundenheit. Man kann zwar nicht die Zugspitze, wohl aber eine Postkarte von ihr verschicken, und eine Person kann in der Form eines Photos von ihr ihre ontische Existenz semiotisch überleben. Das bedeutet also, daß die zur Definition der Zahl nötige Identität prinzipiell nicht von Objekten, sondern von Zeichen aus definiert werden muß. Und da es natürlich genauso wenig identische Zeichen gibt, wie es identische Objekte gibt, folgt weiter, daß die Gleichheit an die Stelle von Identität treten muß. Da Gleichheit aber im Gegensatz zu Identität eine 2-stellige Relation ist, muß stets angegeben werden, worin sich zwei Zeichen oder Objekte gleich sind, und genau dies leisten die semiotischen und die ontischen Invarianten.

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Dedekind, Richard, Was sind und was sollen die Zahlen? Braunschweig 1911, Neuauflage 1969

Toth, Alfred, Objekttheoretische Invarianten I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics 2012

22.5.2015